

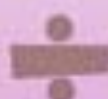
แบบฝึกทักษะ

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
รหัสวิชา ค32101

คณิตศาสตร์

๗.5

ลำดับและอนุกรม



นางสาวสุภา เลือเขียว

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนโพธิ์ไทรงามวิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาการออกแบบการเรียนรู้ และพัฒนาการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน โดยมุ่งเน้นส่งเสริมความก้าวหน้าทางการเรียนรู้ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ที่มุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์หลายรูปแบบ โดยผู้เรียนสามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ทำให้เกิดทักษะการเรียนรู้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้ จะเป็นประโยชน์ ต่อผู้เรียนในการเรียนรู้ สามารถนำผู้เรียนไปสู่จุดหมายตามศักยภาพ เป็นผู้ที่มีความรู้ลักษณะอันพึงประสงค์ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ และ เป็นแนวทางสำหรับผู้ที่มีความสนใจต่อไป

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียน คณะครูผู้เชี่ยวชาญ ผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านและขอบใจนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทุกคน ที่ให้กำลังใจตลอดมา ทำให้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ขอขอบคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้

สุภา เลือะเขียว



สารบัญ

หน้า

คำนำ.....	1
สารบัญ.....	2
ส่วนประกอบของแบบฝึกทักษะ.....	3
คำชี้แจง.....	4
คู่มือครู.....	5
คู่มือนักเรียน.....	7
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	8
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	9
ใบความรู้ที่ 1.....	12
แบบฝึกทักษะที่ 1.....	14
ใบความรู้ที่ 2.....	15
แบบฝึกทักษะที่ 2.....	18
แบบฝึกทักษะที่ 3.....	19
แบบฝึกทักษะที่ 4.....	20
ใบความรู้ที่ 3.....	21
แบบฝึกทักษะที่ 5.....	25
แบบทดสอบหลังเรียน.....	26
บรรณานุกรม.....	29
ภาคผนวก.....	30
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	31
เฉลยแนวคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 1.....	32
เฉลยแนวคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 2.....	33
เฉลยแนวคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 3.....	34
เฉลยแนวคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 4.....	35
เฉลยแนวคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 5.....	36
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	37



ส่วนประกอบของแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ประกอบด้วย

1. ส่วนประกอบต้น มีดังนี้

- ◆ ปก
- ◆ คำนำ
- ◆ สารบัญ
- ◆ ส่วนประกอบของแบบฝึกทักษะ
- ◆ คำชี้แจง

2. คู่มือครู มีดังนี้

- ◆ คำชี้แจงสำหรับครูผู้สอน

3. คู่มือนักเรียน มีดังนี้

- ◆ คำชี้แจงสำหรับนักเรียน
- ◆ จุดประสงค์การเรียนรู้
- ◆ แบบทดสอบก่อนเรียน
- ◆ เนื้อหา
- ◆ แบบฝึกทักษะ
- ◆ แบบทดสอบหลังเรียน
- ◆ บรรณานุกรม
- ◆ ภาคผนวก เฉลยแบบทดสอบและเฉลยแบบฝึกทักษะ



คำชี้แจง

เพื่อให้การศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ นักเรียนควรปฏิบัติดังนี้

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนก่อนที่จะศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาตามลำดับขั้นตอนให้เข้าใจ
3. ศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละเรื่องตามลำดับให้ต่อเนื่องกัน หากมีข้อสงสัยหรือพบปัญหาให้ขอคำแนะนำหรือสอบถามจากครูผู้สอนเมื่อศึกษาเนื้อหาจบในแต่ละใบความรู้แล้วให้ทำแบบฝึกทักษะเพื่อทบทวนความรู้
4. เมื่อศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมครบทุกกิจกรรมแล้วให้ทำแบบทดสอบหลังเรียนและตรวจคำตอบกับเฉลย
5. นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่ดูเฉลยแนวคำตอบก่อนตอบคำถาม
6. เมื่อทำผิดควรย้อนกลับไปศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง

กายพร้อม ใจพร้อมเราทำได้
ตั้งใจร่วมกิจกรรมนะคะนักเรียน



คู่มือครู

คำชี้แจงสำหรับครูผู้สอนแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้แบ่งขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทดสอบก่อนใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม
โดยนำแบบทดสอบก่อนเรียน วัดผลการเรียนรู้ซึ่งเป็นแบบปรนัยจำนวนชุดละ 10 ข้อ

ขั้นที่ 2 การให้ความรู้กับนักเรียน เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนมี
ความเข้าใจในเนื้อหาในแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ประกอบ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจ
ที่ดีขึ้น

ขั้นที่ 3 นำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม มาใช้ในการสร้าง
ความเข้าใจในเนื้อหา ในแต่ละเล่ม

ขั้นที่ 4 การให้นักเรียนได้ฝึกฝน เป็นการให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกทักษะใน
แต่ละเล่ม

ขั้นที่ 5 การทดสอบหลังเรียนแต่ละเล่ม เป็นการวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของ
นักเรียนในแต่ละเล่ม

มีอยู่ 2 สิ่งที่มีักเสียใจในภายหลัง

1. ทำไป ไม่ทันได้คิด
2. ได้แต่คิด ไม่ทันได้ทำ



บทบาทผู้สอน

1. ทดสอบนักเรียนก่อนเรียนโดยการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ด้วยข้อสอบปรนัย 30 ข้อ
2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่ม 5-6 คน โดยละนักเรียนเก่ง ปานกลาง อ่อน ให้อยู่ในกลุ่มเดียวกัน เพื่อให้ให้นักเรียนเก่งได้ช่วยสอนนักเรียนที่เรียนอ่อน
3. ให้นักเรียนเลือกประธาน เลขานุการกลุ่ม ผู้สอนแนะนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิก
4. เตรียมแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้ผู้เรียนซึ่งประกอบไปด้วยคู่มือนักเรียน ดังนี้ คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน เนื้อหา แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน ของแบบฝึกทักษะแต่ละเล่ม
5. ขณะที่นักเรียนใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ผู้สอนคอยดูแลชี้แนะ และให้คำปรึกษาสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล และการทำงานกลุ่ม เพื่อเสนอแนะและปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น
6. ผู้สอน/ผู้เรียนเก็บคะแนนจากการทำแบบฝึกทักษะ และการทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียนของแบบฝึกทักษะแต่ละชุด ตรวจสอบผลงานนักเรียนและประเมินผล
7. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียนใช้เวลา 60 นาที



คู่มือนักเรียน

นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้

- ◆ ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (รายบุคคล) จำนวน 10 ข้อ ลงในกระดาษคำตอบ
- ◆ ศึกษาเนื้อหาเล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ
- ◆ ทำแบบฝึกทักษะให้ครบทุกฉบับ
- ◆ ตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะจากเฉลย
- ◆ นำผลการทำแบบทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน มาบันทึกลงในตาราง เพื่อให้ทราบผลการเรียนและการพัฒนา



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้

- 1.1 นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้
- 1.2 นักเรียนสามารถหาพจน์ที่ n เมื่อกำหนด a_n ให้ได้
- 1.3 นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ

- 2.1 ในการเชื่อมโยงศาสตร์เดียวกัน
- 2.2 ในการให้เหตุผล
- 2.3 ในการแก้ปัญหา

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีความซื่อสัตย์
- 3.3 มีระเบียบวินัย



แบบทดสอบก่อนเรียน

เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X คำตอบที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ (10 คะแนน)

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1.) ลำดับเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็ม
- 2.) ในการเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป

ข้อใดถูกต้อง

- | | |
|----|---------------------|
| ก. | 1.) ถูก และ 2.) ผิด |
| ข. | 1.) ผิด และ 2.) ถูก |
| ค. | ผิดทั้ง 1.) และ 2.) |
| ง. | ถูกทั้ง 1.) และ 2.) |

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1.) ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตจำกัดจะเป็นลำดับจำกัด
- 2.) ลำดับอนันต์มีโดเมนคือ \mathbb{I}^+

ข้อใดถูกต้อง

- | | |
|----|---------------------|
| ก. | 1.) ถูก และ 2.) ผิด |
| ข. | 1.) ผิด และ 2.) ถูก |
| ค. | ผิดทั้ง 1.) และ 2.) |
| ง. | ถูกทั้ง 1.) และ 2.) |

3. จากลำดับ 10, 15, 20, 25, 30 พจน์ที่เท่าใดมีค่าเท่ากับ 10

- ก. พจน์ที่ 1
- ข. พจน์ที่ 2
- ค. พจน์ที่ 3
- ง. พจน์ที่ 4



4. พจน์ที่ 3 ของลำดับใดต่อไปนี้ มีค่าเท่ากับ 19

- ก. 19, 21, 23, 25
- ข. 15, 19, 23, 27
- ค. 9, 14, 19, 24
- ง. -8, 1, 10, 19

5. พจน์ที่ 5 ของลำดับ $a_n = \frac{2n+1}{3}$ มีค่าเท่าไร

- ก. $\frac{5}{3}$
- ข. $\frac{7}{3}$
- ค. 3
- ง. $\frac{11}{3}$

6. พจน์ที่ 3 ของลำดับ $a_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ มีค่าเท่าไร

- ก. $\frac{1}{2}$
- ข. $-\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $-\frac{1}{3}$

7. พจน์ที่ 4 และ 5 ของลำดับ 4, 9, 14, ... คือข้อใด

- ก. 19, 24
- ข. 20, 29
- ค. 24, 29
- ง. 27, 36



8. พจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 5 ของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \dots$ คือข้อใด

ก. $\frac{11}{13}, \frac{9}{11}$

ข. $\frac{9}{11}, \frac{11}{13}$

ค. $\frac{9}{11}, \frac{7}{9}$

ง. $\frac{7}{9}, \frac{9}{11}$

9. พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 15 คือข้อใด

ก. $a_n = 2^n - 1$

ข. $a_n = 2^n + 1$

ค. $a_n = 3n$

ง. $a_n = 3^n$

10. พจน์ทั่วไปของลำดับ 0.3, 0.03, 0.003, 0.0003 คือข้อใด

ก. $a_n = \frac{10^n}{3}$

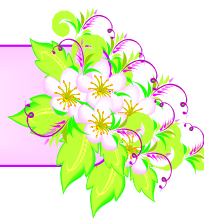
ข. $a_n = \frac{3}{10^n}$

ค. $a_n = \frac{10^{n-1}}{3}$

ง. $a_n = \frac{3}{10^{n-1}}$



ใบความรู้ที่ 1



ความหมายของลำดับ

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก
หรือ โดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก หรือ

$\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ $\{1, 2, 3, \dots\}$
เรียกว่า ลำดับอนันต์

เช่น

$50, 100, 150, \dots, 600$ เป็นลำดับจำกัด

$2, 4, 8, \dots, 2^n, \dots$

เป็นลำดับอนันต์

$a_n = 2n - 1 ; n = 1, 2, 3, \dots, 10$ เป็นลำดับจำกัด

ตัวอย่างที่ 1

ให้ $f(n) = 2n - 1$

1. ถ้าโดเมนของ f คือ $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$

ลำดับที่เกิดจากฟังก์ชัน f คือ

$f(1), f(2), f(3), \dots, f(10)$

$1, 3, 5, \dots, 19$ เรียกว่า ลำดับจำกัด

2. ถ้าโดเมนของ f คือ $\{1, 2, 3, \dots\}$

ลำดับที่เกิดจากฟังก์ชัน f คือ

$f(1), f(2), f(3), \dots$

$1, 3, 5, \dots$ เรียกว่า ลำดับอนันต์



ตัวอย่างที่ 2

- | | | |
|-----|--|-----------------|
| 1.) | $7, 14, 21, 28, 35, 42$ | เป็นลำดับจำกัด |
| 2.) | $4, 9, 16, 25, 35, \dots, (n+1)^2, \dots$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| 3.) | $a_n = 2n + 1, n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ | เป็นลำดับจำกัด |
| 4.) | $a_n = \frac{1}{n^2}$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| 5.) | $a_n = 2n^2 - 1$ | เป็นลำดับอนันต์ |

ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ $a_n = \frac{2^n + 1}{n}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

จงหาลำดับดังกล่าว

วิธีทำ 

จะได้

จาก	$a_n = \frac{2^n + 1}{n}$	
จะได้	$a_1 = \frac{2^1 + 1}{1} = 3$	
จะได้	$a_2 = \frac{2^2 + 1}{2} = \frac{5}{2}$	
จะได้	$a_3 = \frac{2^3 + 1}{3} = 3$	
จะได้	$a_4 = \frac{2^4 + 1}{4} = \frac{17}{4}$	

ดังนั้น ลำดับดังกล่าว คือ $3, \frac{5}{2}, 3, \frac{17}{4}$

หมายเหตุ ถ้าไม่ได้กำหนดค่า n ในโดเมน ให้ถือว่าลำดับดังกล่าวเป็นลำดับอนันต์

แบบฝึกทักษะที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนบอกว่าลำดับต่อไปนี้เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
ให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

1.) $7, 14, 21, 28, 35, 42, \dots$

.....

2.) $4, 9, 16, 25, 36, \dots, (n+1)^2, \dots$

.....

3.) $a_n = 2n+1, n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$

.....

4.) $a_n = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{I}^+$

.....

5.) $a_n = 2n^2 - 1, n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

.....

6.) $0, -5, -10, 15, \dots, -100$

.....

7.) $6, 1, -4, \dots$

.....

8.) $a_n = 3n - 2, n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

.....

9.) $a_n = \frac{1}{2n}, n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

.....

10.) $9, 14, 19, \dots, 5n+4, \dots$

.....



ใบความรู้ที่ 2



ถ้า a เป็นลำดับ การเขียนลำดับ a จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป กล่าวคือ

ถ้า a เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
 ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่าพจน์ที่ 1 ของลำดับ
 a_2 ว่าพจน์ที่ 2 ของลำดับ
 a_3 ว่าพจน์ที่ 3 ของลำดับ
 \vdots
 a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (General term) ของลำดับ

พิจารณาลำดับ $9, 18, 27, 36, 45$ พบว่า

9 เป็นพจน์ที่ 1

18 เป็นพจน์ที่ 2

\vdots

\vdots

\vdots

45 เป็นพจน์ที่ 5



ตัวอย่างที่ 1

ให้นักเรียนเขียนสี่พจน์แรกของลำดับที่มีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = 3n + 1$

วิธีทำ

$$a_1 = 3(1) + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$a_2 = 3(2) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$a_3 = 3(3) + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$a_4 = 3(4) + 1 = 12 + 1 = 13$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n + 1$ คือ 4 , 7 , 10 , 13



ตัวอย่างที่ 2

ให้นักเรียนเขียนสี่พจน์แรกของลำดับที่มีพจน์ทั่วไปเป็น $a_n = 2^n - 3$

วิธีทำ

$$a_1 = 2^1 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$a_2 = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

$$a_3 = 2^3 - 3 = 8 - 3 = 5$$

$$a_4 = 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2^n - 3$ คือ -1 , 1 , 5 , 13



ตัวอย่างที่ 3

จงหาว่าพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $1, 3, 7, 13, \dots$

วิธีทำ

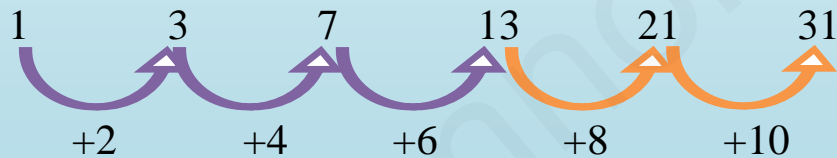
พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่า พจน์ที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้น $2, 4$ และ 6 ตามลำดับ

ดังนั้น พจน์สองพจน์ที่ถัดไปของลำดับเพิ่มขึ้น 8 และ 10 ตามลำดับ

จะได้ 21 และ 31 เป็นพจน์สองพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้
แสดงดังนี้

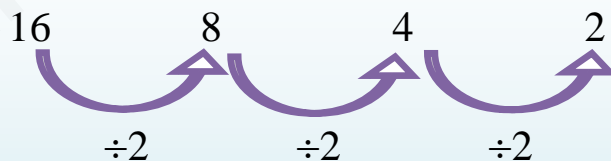


ตัวอย่างที่ 4

จงหาว่าพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $16, 8, 4, 2, \dots$

วิธีทำ

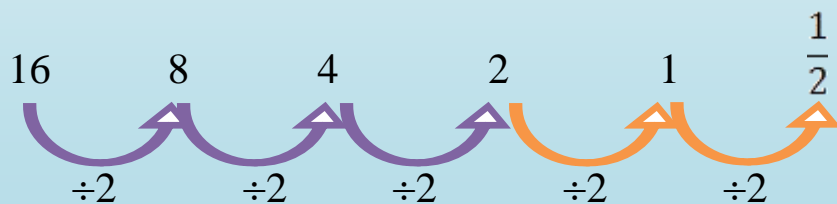
พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ พบว่า



จะเห็นว่า พจน์ที่อยู่ถัดไปจะเป็นครึ่งหนึ่งของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า

ดังนั้น พจน์สองพจน์ที่ถัดไปของลำดับคือ 1 และ $\frac{1}{2}$

แสดงดังนี้



แบบฝึกทักษะที่ 2



คำชี้แจง จงหาว่า 5 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1.) 3 , 5 , 7 , 9

.....

2.) 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

.....

3.) 25 , 10 , 15 , 10 , 5 , 0

.....

4.) 9 , 7 , 5 , 3

.....

5.) $\frac{1}{5}$, 1 , 5 , 25 , ...

.....

จงหาว่า 7 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับต่อไปนี้ (5 คะแนน)

6.) 5 , 7 , 9 , 11

.....

7.) 7 , 14 , 21 , 28

.....

8.) 3 , 5 , 7 , 9

.....

9.) -14 , -7 , 0 , 7 , 14

.....

10.) -2 , 1 , 4 , 7 , 10 , 13 , 15

.....



แบบฝึกทักษะที่ 3



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนลําดับของลําดับต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1.) $a_n = \frac{2n}{n+1}$

.....

2.) $a_n = n(n-1)$

.....

3.) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

.....

4.) $a_n = 1 - \frac{1}{10^n}$

.....

5.) $a_n = \frac{n}{2n+1}$

.....

6.) $a_n = (-1)^n$

.....

7.) $a_n = 4n - 2$

.....

8.) $a_n = \sin^n \theta$

.....

9.) $a_n = (-1)^n(2n-1)$

.....

10.) $a_n = n[1 + (-1)^n]$

.....



แบบฝึกทักษะที่ 4



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1.) 200 , 195 , 190 , 185 , ...

.....

2.) 1 , 4 , 16 , 64 , ...

.....

3.) 729 , 243 , 81 , 27 , ...

.....

4.) 2 , 7 , 17 , 32 , ...

.....

5.) 5 , 10 , 30 , 120 , ...

.....

6.) 9 , 10 , 12 , 15 , ...

.....

7.) -5 , -4 , -3 , ...

.....

8.) 5 , 4 , 1 , -4 , ...

.....

9.) 5 , 9 , 13 , ...

.....

10.) 12 , 20 , 30 , ...

.....



ใบความรู้ที่ 3



การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร และเมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ แล้วได้พจน์ที่ $1, 2, 3, \dots, m$ ของลำดับตรงตามที่กำหนด วิธีการหาพจน์ทั่วไปเช่นนี้ โดยทั่วไปใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $15, 18, 21, 24, 27, 30$

วิธีทำ

จากลำดับจำกัด $15, 18, 21, 24, 27, 30$

จะได้

a_1	=	15	=	$3 + 12$	=	$3(1) + 12$
a_2	=	18	=	$6 + 12$	=	$3(2) + 12$
a_3	=	21	=	$9 + 12$	=	$3(3) + 12$
a_4	=	24	=	$12 + 12$	=	$3(4) + 12$
a_5	=	27	=	$15 + 12$	=	$3(5) + 12$
a_6	=	30	=	$18 + 12$	=	$3(6) + 12$

พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ $3n + 12$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$



ตัวอย่างที่ 2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 8, 11, 14, 17, 20

วิธีทำ

จากลำดับจำกัด 5, 8, 11, 14, 17, 20

จะได้

$$a_1 = 5 = 3 + 2 = 3(1) + 2$$

$$a_2 = 8 = 6 + 2 = 3(2) + 2$$

$$a_3 = 11 = 9 + 2 = 3(3) + 2$$

$$a_4 = 14 = 12 + 2 = 3(4) + 2$$

$$a_5 = 17 = 15 + 2 = 3(5) + 2$$

$$a_6 = 20 = 18 + 2 = 3(6) + 2$$

พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ

$$3n + 2 \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 6, 8, 10, 12, 14

วิธีทำ

จากลำดับจำกัด 4, 6, 8, 10, 12, 14

จะได้

$$a_1 = 4 = 2 + 2 = 2(1) + 2$$

$$a_2 = 6 = 4 + 2 = 2(2) + 2$$

$$a_3 = 8 = 6 + 2 = 2(3) + 2$$

$$a_4 = 10 = 8 + 2 = 2(4) + 2$$

$$a_5 = 12 = 10 + 2 = 2(5) + 2$$

$$a_6 = 14 = 12 + 2 = 2(6) + 2$$

พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดนี้คือ

$$2n + 2 \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

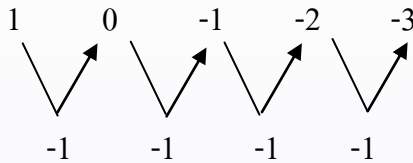
ตัวอย่างที่ 4

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1, 0, -1, -2, -3, \dots$

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน

ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 มีค่าคงตัวเท่ากับ -1

$$a_n = an + b$$

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = a + b \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2 = 0 = 2a + b \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = -1 = 3a + b \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = -2 = 4a + b \dots\dots\dots(4)$$

$$a_5 = -3 = 5a + b \dots\dots\dots(5)$$

จาก (1) จะได้

$$a = 1 - b$$

แทนค่า

$$a = 1 - b \text{ ใน (2) จะได้}$$

$$0 = 2(1 - b) + b$$

$$0 = 2 - 2b + b$$

$$0 = 2 - b$$

$$\text{จาก } a = 1 - b \text{ จะได้}$$

$$a = 1 - 2$$

ดังนั้น

$$a_n = -n + 2 = 2 - n$$



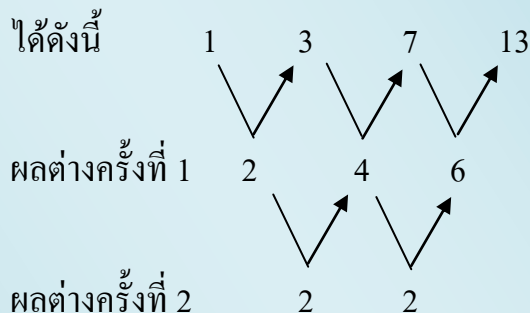
ตัวอย่างที่ 5

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $1, 3, 7, 13, \dots$

วิธีทำ

จากลำดับที่กำหนดให้หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน

ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 มีค่าคงตัวเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป

$$a_n = an^2 + bn + c$$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย $1, 2, 3$ และ 4

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = a + b + c \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2 = 3 = 4a + 2b + c \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 7 = 9a + 3b + c \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 13 = 16a + 4b + c \quad \dots\dots\dots(4)$$

แล้วหาสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b และ c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) ; \quad 2 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(3) - (2) ; \quad 4 = 5a + b \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(6) - (5) ; \quad 2 = 2a \quad \text{หรือ} \quad a = 1$$

$$\text{แทน } a = 1 \text{ ใน (5) จะได้ } b = -1$$

$$\text{แทน } a = 1 \text{ และ } b = -1 \text{ ใน (1) จะได้ } c = 1$$

เมื่อแทน n ด้วย $1, 2, 3$ และ 4 จะได้ a_1, a_2, a_3 และ a_4

เท่ากับค่าที่กำหนดให้ แสดงว่า a_n ที่หาได้เป็นพจน์ทั่วไป

ของลำดับที่กำหนดให้



แบบฝึกทักษะที่ 5



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

1.) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

.....

2.) $1, 3, 9, 27$

.....

3.) $24, 8, \frac{8}{3}, \frac{8}{9}$

.....

4.) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

.....

5.) $0.4, 0.04, 0.004, 0.0004$

.....

6.) $1, 3, 5, 7, 9, \dots$

.....

7.) $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

.....

8.) $3, 0, -3, -6, -9, \dots$

.....

9.) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \dots$

.....

10.) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

.....



แบบทดสอบหลังเรียน

เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

คำสั่ง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × คำตอบที่ถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ (10 คะแนน)

1. พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 15 คือข้อใด

- ก. $a_n = 2^n - 1$
 ข. $a_n = 2^n + 1$
 ค. $a_n = 3n$
 ง. $a_n = 3^n$

2. จากลำดับ 10, 15, 20, 25, 30 พจน์ที่เท่าใดมีค่าเท่ากับ 10

- ก. พจน์ที่ 1
 ข. พจน์ที่ 2
 ค. พจน์ที่ 3
 ง. พจน์ที่ 4

3. พจน์ทั่วไปของลำดับ 0.3, 0.03, 0.003, 0.0003 คือข้อใด

- ก. $a_n = \frac{10^n}{3}$
 ข. $a_n = \frac{3}{10^n}$
 ค. $a_n = \frac{10^{n-1}}{3}$
 ง. $a_n = \frac{3}{10^{n-1}}$



4. พจน์ที่ 3 ของลำดับใดต่อไปนี้มีค่าเท่ากับ 19

- ก. 19, 21, 23, 25
- ข. 15, 19, 23, 27
- ค. 9, 14, 19, 24
- ง. -8, 1, 10, 19

5. พจน์ที่ 5 ของลำดับ $a_n = \frac{2n+1}{3}$ มีค่าเท่าไร

- ก. $\frac{5}{3}$
- ข. $\frac{7}{3}$
- ค. 3
- ง. $\frac{11}{3}$

6. พจน์ที่ 3 ของลำดับ $a_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ มีค่าเท่าไร

- ก. $\frac{1}{2}$
- ข. $-\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $-\frac{1}{3}$

7. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

1.) ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตจำกัดจะเป็นลำดับจำกัด

2.) ลำดับอนันต์มีโดเมนคือ I^+

ข้อใดถูกต้อง

- ก. 1.) ถูก และ 2.) ผิด
- ข. 1.) ผิด และ 2.) ถูก
- ค. ผิดทั้ง 1.) และ 2.)
- ง. ถูกทั้ง 1.) และ 2.)



8. พจน์ที่ 4 และ 5 ของลำดับ $4, 9, 14, \dots$ คือข้อใด

- ก. $19, 24$
- ข. $20, 29$
- ค. $24, 29$
- ง. $27, 36$

9. พจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 5 ของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \dots$ คือข้อใด

- ก. $\frac{11}{13}, \frac{9}{11}$
- ข. $\frac{9}{11}, \frac{11}{13}$
- ค. $\frac{9}{11}, \frac{7}{9}$
- ง. $\frac{7}{9}, \frac{9}{11}$

10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1.) ลำดับเป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็ม
- 2.) ในการเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป

ข้อใดถูกต้อง

- ก. 1.) ถูก และ 2.) ผิด
- ข. 1.) ผิด และ 2.) ถูก
- ค. ผิดทั้ง 1.) และ 2.)
- ง. ถูกทั้ง 1.) และ 2.)



บรรณานุกรม

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2545). ตะลุยโจทย์กว่า 2300 ข้อ คณิตศาสตร์ ม.4-5-6.

กรุงเทพฯ : พัฒนาการศึกษ.

วิชาการ,กรม.(2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.

กรุงเทพฯ :โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.)

ศุภกิจ เกลิมวิสุตม์กุล. (2548). คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 เล่ม 1. กรุงเทพฯ :

ทองพูลการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). หนังสือเรียนสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์เล่ม 1. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : สกสศ.

ตำราญ มีแจ้งและคณะ. (2549). สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.5 เล่ม 1.

พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช จำกัด.



ภาคผนวก



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
 เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ข้อที่	คำตอบ
1.	ข
2.	ง
3.	ก
4.	ค
5.	ง
6.	ค
7.	ก
8.	ง
9.	ก
10.	ข



เฉลย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1



คำชี้แจง ให้นักเรียนบอกว่าลำดับต่อไปนี้เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
ให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

1.) $7, 14, 21, 28, 35, 42, \dots$

...ลำดับอนันต์.....

2.) $4, 9, 16, 25, 36, \dots, (n+1)^2, \dots$

...ลำดับอนันต์.....

3.) $a_n = 2n+1, n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$

...ลำดับจำกัด.....

4.) $a_n = \frac{1}{n^2}, n \in I^+$

...ลำดับอนันต์.....

5.) $a_n = 2n^2 - 1, n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

...ลำดับอนันต์.....

6.) $0, -5, -10, 15, \dots, -100$

...ลำดับจำกัด.....

7.) $6, 1, -4, \dots$

...ลำดับอนันต์.....

8.) $a_n = 3n - 2, n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

...ลำดับอนันต์.....

9.) $a_n = \frac{1}{2n}, n \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

...ลำดับจำกัด.....

10.) $9, 14, 19, \dots, 5n+4, \dots$

...ลำดับอนันต์.....



เฉลย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2



คำชี้แจง จงหาว่า 5 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1.) 3 , 5 , 7 , 9

...พจน์ที่ 2.....

2.) 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

...พจน์ที่ 5.....

3.) 25 , 10 , 15 , 10 , 5 , 0

...พจน์ที่ 5.....

4.) 9 , 7 , 5 , 3

...พจน์ที่ 3.....

5.) $\frac{1}{5}$, 1 , 5 , 25 , ...

...พจน์ที่ 3.....

จงหาว่า 7 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับต่อไปนี้ (5 คะแนน)

6.) 5 , 7 , 9 , 11

...พจน์ที่ 2.....

7.) 7 , 14 , 21 , 28

...พจน์ที่ 1.....

8.) 3 , 5 , 7 , 9

...พจน์ที่ 3.....

9.) -14 , -7 , 0 , 7 , 14

...พจน์ที่ 4.....

10.) -2 , 1 , 4 , 7 , 10 , 13 , 15

...พจน์ที่ 4.....



เฉลย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3



คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนลําดับของลําดับต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1.) $a_n = \frac{2n}{n+1}$

$1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}$

2.) $a_n = n(n-1)$

$0, 2, 6, 12$

3.) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

4.) $a_n = 1 - \frac{1}{10^n}$

$\frac{9}{10}, \frac{99}{100}, \frac{999}{1000}, \frac{9999}{10000}$

5.) $a_n = \frac{n}{2n+1}$

$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}$

6.) $a_n = (-1)^n$

$-1, 1, -1, 1$

7.) $a_n = 4n - 2$

$2, 6, 10, 14$

8.) $a_n = \sin^n \theta$

$\sin \theta, \sin^2 \theta, \sin^3 \theta, \sin^4 \theta$

9.) $a_n = (-1)^n(2n-1)$

$-1, 3, -5, 7$

10.) $a_n = n[1 + (-1)^n]$

$0, 4, 0, 8$



เฉลย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาสองพจน์ถัดไปของลำดับต่อไปนี้ (10 คะแนน)

1.) 200 , 195 , 190 , 185 , ...

.....180 , 175.....

2.) 1 , 4 , 16 , 64 , ...

.....256 , 1024.....

3.) 729 , 243 , 81 , 27 , ...

.....9 , 3.....

4.) 2 , 7 , 17 , 32 , ...

.....52 , 77.....

5.) 5 , 10 , 30 , 120 , ...

.....600 , 3600.....

6.) 9 , 10 , 12 , 15 , ...

.....19 , 24.....

7.) -5 , -4 , -3 , ...

.....-2 , -1.....

8.) 5 , 4 , 1 , -4 , ...

.....-11 , -20.....

9.) 5 , 9 , 13 , ...

.....17 , 21.....

10.) 12 , 20 , 30 , ...

.....42 , 56.....



เฉลย

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5



คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับให้ถูกต้อง (10 คะแนน)

1.) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}; n = 1, 2, 3, 4$$

2.) $1, 3, 9, 27$

$$a_n = 3^{n-1}; n = 1, 2, 3, 4$$

3.) $24, 8, \frac{8}{3}, \frac{8}{9}$

$$a_n = \frac{8}{3^{n-2}}; n = 1, 2, 3, 4$$

4.) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

$$a_n = \frac{n+1}{n+2}; n = 1, 2, 3, 4$$

5.) $0.4, 0.04, 0.004, 0.0004$

$$a_n = \frac{4}{10^n}; n = 1, 2, 3, 4$$

6.) $1, 3, 5, 7, 9, \dots$

$$a_n = 2n - 1$$

7.) $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

$$a_n = 4n - 1$$

8.) $3, 0, -3, -6, -9, \dots$

$$a_n = 6 - 3n$$

9.) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \dots$

$$a_n = \frac{1}{3n}$$

10.) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
 เล่มที่ 1 ความหมายและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ข้อที่	คำตอบ
1.	ก
2.	ก
3.	ข
4.	ค
5.	ง
6.	ค
7.	ง
8.	ก
9.	ง
10.	ข

